



materials del curs de:

MATEMÀTIQUES

PROPORCIONALITAT ARITMÈTICA (REGLA DE 3)

EL TANT PER CENT

DESCOMPTES I RECÀRRECS

INTERESSOS SIMPLES

TEORIA I EXERCICIS

AUTOR:

Xavier Vilardell Bascompte
xevi@xelu.net - www.xelu.net



ÚLTIMA REVISIÓ:

3 de desembre de 2025

PROPORCIONALITAT ARITMÈTICA (Regla de 3)

Què és la proporcionalitat?

Dues magnituds (quantitats) són directament proporcionals quan, si una augmenta, l'altra també augmenta, i si una disminueix, l'altra disminueix en la mateixa proporció.

Exemples típics:

- més quilos → més preu
- més litres de benzina → més quilòmetres
- més hores treballades → més diners cobrats

La regla de 3

La regla de 3 és una manera senzilla de resoldre problemes de proporcionalitat. Sempre parteix d'una relació coneguda i serveix per trobar una quantitat desconeguda.

S'escriu així:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$$

I s'obté:

$$x = \frac{b \cdot c}{a}$$

Com es fa una regla de 3?

1. Escriu les dues magnituds en columnes (per exemple, kg i preu).
2. Col·loca les dades conegudes en la mateixa fila.
3. Posa la incògnita (x) al lloc que correspon.
4. Aplica la fórmula de la regla de 3.

Exemple bàsic

4 kg de taronges costen 6 €. Quant costen 9 kg?

Kg	Preu
----	------

4	6 €
---	-----

9	X
---	---

$$x = \frac{6 \cdot 9}{4} = 13,5$$

Resposta: 13,50 €

EXERCICIS DE PROPORCIONALITAT ARITMÈTICA (REGLA DE 3)

1. Preu proporcional amb kg

En una botiga, 4 kg de peres costen 7,20 €. Quants diners costen 9 kg?

2. Benzina i quilòmetres

Amb 6 litres de gasolina un cotxe recorre 84 km. Quants km farà amb 10 litres?

3. Hores i salari

Una persona cobra 75 € per 5 hores de feina. Quant cobrarà per 8 hores?

4. Recepta de cuina

Per fer un pastís per a 6 persones es necessiten 300 g de farina. Quanta farina cal per a 10 persones?

5. Taula proporcional

En una empresa, 3 operaris poden produir 24 peces per hora. Quantes peces produiran 7 operaris?

6. Velocitat

Un cotxe recorre 180 km en 2 hores. Quants km farà en 5 hores si manté la mateixa velocitat?

7. Consum de gasoil

Una caldera gasta 4 litres per hora. Quants litres gastarà en 27 hores?

8. Producció industrial

Una màquina fabrica 900 peces en 9 hores. Quantes peces farà en 15 hores?

9. Velocitat d'omplir un dipòsit

En 20 minuts s'aboca un total de 80 litres d'aigua. Quants litres s'abocaran en una hora?

10. Consum elèctric

Una planxa consumeix 1,8 kWh en 3 hores. Quin consum tindrà en 7 hores?

11. Preu de taules

Tres taules costen 450 €. Quant costaran 5 taules?

12. Lloguer proporcional

Una màquina costa 30 € llogar-la durant 4 hores. Quant costarà llogar-la 10 hores?

13. Adob per jardí

Un sac d'adob cobreix 12 m^2 . Quants sacs calen per cobrir 48 m^2 ?

14. Pressupost de pintura

12 litres pinten 48 m^2 . Quants m^2 es pintaren amb 20 litres?

15. Recorregut a peu

Una persona camina 3 km en 36 minuts. Quants km farà en 1 hora?

EL TANT PER CENT

El **percentatge** és una manera d'expressar una proporció sobre 100.

- 25% = 25 de cada 100
- 10% = 10 de cada 100

Per calcular un percentatge d'un valor

$$\text{part} = \text{total} \cdot \frac{\text{percentatge}}{100}$$

Per saber quin percentatge representa una quantitat

$$\text{percentatge} = \frac{\text{part}}{\text{total}} \cdot 100$$

EXEMPLE 1 — Calcular un percentatge d'una quantitat

Enunciat

“En un supermercat, el 15% dels clients utilitzen la targeta de fidelitat. Si aquell dia hi han entrat 480 clients, quants d'ells han utilitzat la targeta?”

Explicació clara

Ens demanen la **part** que representa un **15%** del **total de 480 clients**.

És el cas típic de calcular un percentatge sobre un valor.

Ho resollem amb una **regla de 3**:

Total de clients	Percentatge	Nombre de clients
480	100%	x
?	15%	?

$$x = \frac{480 \cdot 15}{100}$$

$$x = 72$$

Resposta

72 clients han utilitzat la targeta de fidelitat.

EXEMPLE 2 — Calcular quin percentatge representa una quantitat**Enunciat**

“D’un total de 250 alumnes d’un centre educatiu, 40 estan apuntats a l’activitat de teatre. Quin percentatge del total representa aquest grup?”

Explicació clara

Ens donen la **part (40)** i el **total (250)**.

Ens demanen quin **percentatge representa la part respecte al total**.

Ho resollem amb una **regla de 3**:

Alumnes	Percentatge
---------	-------------

250	100%
-----	------

40	x
----	---

$$x = \frac{40 \cdot 100}{250}$$

$$x = 16$$

Resposta

Els alumnes de teatre representen **el 16% del total**.

EXERCICIS DE TANT PER CENT

1. Percentatge d'un total

Quin percentatge és 30 respecte de 200?

2. Percentatge d'un número

Quin és el 12% de 450?

3. Augment del 20%

Una població de 5.000 habitants augmenta un 20%.

4. Disminució del 35%

Un producte valia 900 €. Ara val un 35% menys.

5. Percentatge de notes

Has aprovat 12 exàmens de 16. Quin percentatge suposa?

6. Quin percentatge representa una quantitat?

18 és quin percentatge de 72?

7. Percentatge de benefici

Has obtingut 80 € de benefici i te'n quedes el 60%. Quant són?

8. IVA del 21%

Un servei costa 150 € i s'hi afegeix el 21% d'IVA.

9. El 45% de 220

10. Reducció del 10%

Una factura de 340 € té un descompte del 10%.

DESCOMPTES I RECÀRRECS

Descompte

Si un article es rebaixa un $d\%$:

$$\text{descompte} = \text{preu inicial} \cdot \frac{d}{100}$$

$$\text{preu final} = \text{preu inicial} - \text{descompte}$$

Recàrrec (IVA, transport, etc.)

$$\text{recàrrec} = \text{preu inicial} \cdot \frac{r}{100}$$

$$\text{preu final} = \text{preu inicial} + \text{recàrrec}$$

També es pot resoldre amb **regla de 3**.

EXEMPLE 1 — Descompte sobre un preu

Enunciat

“Una cafeteria ven un esmorzar que costa 5,80 €. Durant una promoció s’aplica un **descompte del 15%**. Quin serà el **preu final** que pagarà un client?”

Explicació del que es demana

- El **preu inicial** és 5,80 €.
- El **percentatge de descompte** és del 15%.
- Ens demanen **quants diners representa el descompte** i **quin és el preu final** després d’aplicar-lo.

Ho resolarem amb una **regla de 3** per calcular el descompte.

Preu inicial	Percentatge	Valor del descompte
5,80 €	100%	x
?	15%	?

$$x = \frac{5,80 \cdot 15}{100} = 0,87 \text{ €}$$

Ara restem el descompte al preu inicial:

$$5,80 - 0,87 = 4,93 \text{ €}$$

Resposta

El client pagarà **4,93 €**.

EXEMPLE 2 — Recàrrec afegit a un producte

Enunciat

“Un paquet de missatgeria costa 9 €. Les entregues urgents tenen un **recàrrec del 12%**. Quin serà el **preu final** d’una entrega urgent?”

Explicació del que es demana

- El preu normal és **9 €**.
- El recàrrec és del **12%**.
- Ens demanen **quants diners representa el recàrrec i quin és el total a pagar**.

Fem una **regla de 3** per calcular el recàrrec:

Preu inicial	Percentatge	Valor del recàrrec
9 €	100%	x
?	12%	?

$$x = \frac{9 \cdot 12}{100} = 1,08 \text{ €}$$

Ara sumem el recàrrec al preu inicial:

$$9 + 1,08 = 10,08 \text{ €}$$

Resposta

L’entrega urgent costa **10,08 €**.

EXERCICIS DE DESCOMPTES I RECÀRRECS

1) Descompte del 15% en una jaqueta

Enunciat: Una jaqueta costa **80 €**. La botiga fa un descompte del **15%**. Quants euros et descomptaran i quin preu pagaràs?

2) Descompte fort del 40%

Enunciat: Uns auriculars costen **50 €** i tenen un descompte del **40%**. Quin és el nou preu?

3) Dos descomptes seguits

Enunciat: Una motxilla val **60 €**. Té un descompte del **20%** i, després, un altre del **10%** sobre el preu ja rebaixat. Quin és el preu final?

4) Rebaixa del 25% en unes sabates

Enunciat: Unes sabates valen **120 €**. Quina quantitat representa un descompte del **25%** i quin preu quedarà?

5) Descompte en un televisor

Enunciat: Un televisor val **450 €** i el descompten un **12%**. Quant pagaràs?

6) Recàrrec del 8% en una compra online

Enunciat: Comprant per internet, una botiga aplica un recàrrec del **8%** a un producte de **35€** pel servei de gestió. Quin serà el preu final?

7) Recàrrec del 5% per pagament a terminis

Enunciat: Una bicicleta costa **300 €**, però si la pagues a terminis hi ha un recàrrec del **5%**.

8) Recàrrec del 20% en servei urgent

Enunciat: Un enviament costa **18 €**, però si el vols urgent et cobren un **20%** més. Quin és el preu final?

9) Impost: recàrrec del 10%

Enunciat: Una reparació costa **250 €**, però s'hi ha d'afegir un **10% d'impostos**. Quant hauràs de pagar?

10) Preu final amb recàrrec del 15%

Enunciat: Una entrada especial costa **20 €**, però en comprar-la per Internet s'aplica un recàrrec del **15%**. Quin serà el preu final?

INTERESSOS SIMPLES

En un préstec o dipòsit bancari amb interessos simples:

$$I = C \cdot r \cdot t$$

On:

- **C** = capital inicial
- **r** = tipus d'interès en forma decimal (5% = 0,05)
- **t** = temps en anys
- **I** = interessos generats

Capital final:

$$C_f = C + I$$

EXEMPLE 1 — Càlcul de l'interès simple generat

Enunciat

“Una persona diposita **1.200 €** en un compte bancari que ofereix un **interès simple del 4% anual**. Quants **interessos** generarà en **3 anys**? Quin serà el **capital final** que tindrà al final dels tres anys?”

Explicació del que es demana

- Sabem el **capital inicial** ($C = 1.200 \text{ €}$).
- També coneixem el **tipus d'interès** ($r = 4\% \text{ anual}$) → en forma decimal, 0,04.
- Sabem el **temps** ($t = 3 \text{ anys}$).
- Ens demanen dos resultats:
 1. Els **interessos generats**.
 2. El **capital final**, sumant els interessos al capital inicial.

Utilitzem la fórmula de l'interès simple:

$$I = C \cdot r \cdot t$$

Càlcul

$$I = 1200 \cdot 0,04 \cdot 3 = 144 \text{ €}$$

Capital final:

$$C_f = C + I = 1200 + 144 = 1344 \text{ €}$$

Resposta

En 3 anys es generaran **144 € d'interessos** i el capital final serà de **1.344 €**.

EXEMPLE 2 — Calcular el capital inicial a partir dels interessos**Enunciat**

“Un inversor ha obtingut **250 € d'interessos** després d'invertir diners durant **5 anys** a un **tipus d'interès simple del 2% anual**. Quin era el **capital inicial** que va invertir?”

Explicació del que es demana

- Ens donen directament els **interessos totals**: $I = 250 \text{ €}$.
- El **tipus d'interès** és $r = 2\% \rightarrow 0,02$.
- El **temps** és $t = 5$ anys.
- Ens demanen trobar el **capital inicial C**.

Partim de la fórmula:

$$I = C \cdot r \cdot t$$

I aïllem el capital:

$$C = \frac{I}{r \cdot t}$$

Càlcul

$$C = \frac{250}{0,02 \cdot 5}$$

$$C = \frac{250}{0,10} = 2500 \text{ €}$$

Resposta

El capital inicial invertit era de **2.500 €**.

EXERCICIS D'INTERÈS SIMPLE

1) Interès generat en 2 anys

Enunciat: Has dipositat **1.000 €** en un banc que paga **3% anual**. Quants euros d'interès acumularàs en **2 anys**?

2) Trobar el capital inicial

Enunciat: Algú ha guanyat **120 € d'interessos** després de tenir els diners **3 anys** a **4% anual**. Quin era el **capital inicial**?

3) Trobar el temps d'inversió

Enunciat: Has invertit **600 €** i has obtingut **90 € d'interessos** amb un **5% anual**. Durant quants anys ha estat invertit?

4) Interès mig any

Enunciat: Tens **800 €** a un compte que paga **6% anual**. Si hi deixes els diners **mig any**, quant d'interès guanyes?

5) Capital final després de 4 anys

Enunciat: Inverteixes **1.500 €** al **2% anual** (interès simple). Quant valdrà el capital total al cap de **4 anys**?

6) Préstec i interessos

Enunciat: Et deixen **2.000 €** amb un interès simple del **7% anual**. Quant hauràs de tornar d'interessos si el préstec dura **3 anys**?

7) Interès d'una petita inversió

Enunciat: Inverteixes **200 €** a un **1,5% anual** durant **2 anys**. Quants interessos obtindràs?

8) Comparació de dues inversions

Enunciat: Quina inversió deixa més interessos en 1 any?

9) Interès en mesos

Enunciat: Diposites **3.000 €** al **5% anual** durant **9 mesos**. Quants interessos obtens? (9 mesos = 0,75 anys)

10) Objectiu d'estalvi

Enunciat: Vols obtenir **500 € d'interessos** invertint durant **5 anys** a **5% anual**. Quin capital inicial has d'aportar?

BATERIA D'EXERCICIS BARREJATS PER APROFUNDIR AMB TOT EL QUE HEM APRÈS

1) Poma + descompte + recàrrec

Enunciat: 6 kg de pomes costen 18 €. La botiga ofereix un **descompte del 10%**, però si les vols a domicili, s'hi aplica un **recàrrec del 5%** sobre el preu final. Quin serà el preu que pagaràs?

2) Interès simple + temps

Enunciat: Has dipositat 1.500 € a un **4% anual**. Vols que els interessos siguin **360 €**. Quants anys hauràs de deixar els diners?

3) Percentatge + regla de 3

Enunciat: En una aula hi ha 28 alumnes, dels quals 12 són noies. Quin percentatge del total són nois? Quants alumnes més haurien de ser nois perquè representin el 60%?

4) Descompte + percentatge

Enunciat: Un ordinador val 1.200 €. La botiga fa un **descompte del 15%** i després s'afegeix l'**IVA del 21%** sobre el preu ja rebaixat. Quin és el preu final?

5) Interès simple + capital final

Enunciat: Diposites 2.500 € al **3% anual**. Quants interessos hauràs acumulat després de 5 anys i quin serà el capital final?

6) Recàrrec + proporcionalitat

Enunciat: Un servei val 180 €. Per urgència hi ha un recàrrec del 12%. Si un client vol contractar 3 serveis urgents, quin serà el preu total?

7) Percentatge + regla de 3

Enunciat: Una classe de 35 alumnes té 14 noies. Si el nombre d'alumnes augmenta a 42, mantenint la mateixa proporció de noies, quantes noies hi haurà?

8) Descompte + regla de 3

Enunciat: Una motxilla val 72 €. Durant una oferta es fa un **descompte del 25%**. Quin percentatge del preu inicial pagaràs després del descompte?

9) Interès simple + temps

Enunciat: Un capital de 800 € a un 5% anual genera 120 € d'interessos. Quant de temps ha estat invertit?

10) Combinació de tot

Enunciat: Un televisor val 600 €. La botiga aplica un **descompte del 20%** i després s'hi afegeix un **recàrrec del 10%** per garantia ampliada. Quant pagues? I quin percentatge del preu inicial representa el preu final?

11) Proporcionalitat + percentatge

Enunciat: 5 litres de pintura costen 60 €. Quants litres podràs comprar amb 96 €, i quin percentatge del preu inicial representa?

12) Descompte + interès simple

Enunciat: Un ordinador val 1.000 €. Durant una oferta té un descompte del 20%. Si diposites el preu pagat a un banc al **3% anual**, quants interessos obtindràs en 2 anys?

13) Recàrrec + regla de 3

Enunciat: Una matrícula escolar costa 450 €. Si s'afegeix un recàrrec del 15% per pagament tardà, quin serà el preu total? Quina proporció del preu inicial representa?

14) Percentatge + regla de 3

Enunciat: Un cotxe perd valor un 12% cada any. Si val 25.000 € actualment, quin serà el valor aproximat després de 3 anys?

15) Interès simple + temps + capital final

Enunciat: Has dipositat 3.000 € al **4% anual**. Quants anys necessites perquè els interessos arribin a **720 €**? Quin serà el capital final?

16) Combinació: descompte + percentatge + recàrrec

Enunciat: Una cadira val 150 €. La botiga fa un **descompte del 10%**, però després hi aplica un **recàrrec del 8%** per enviament. Quina és la quantitat a pagar i quin percentatge del preu inicial representa?

17) Proporcionalitat + interès simple

Enunciat: 4 treballadors construeixen 320 metres de tanca en 8 dies. Si un treballador diposita 500 € al banc al **3% anual** durant el temps que triguen a construir 400 metres al mateix ritme, quants interessos obtindrà?

18) Percentatge + descompte múltiple

Enunciat: Una càmera val 600 €. Té un descompte del 20% i després un altre del 10% sobre el preu rebaixat. Quin és el preu final i quin percentatge del preu inicial representa?

19) Recàrrec + interès simple

Enunciat: Una quota mensual és de 120 €. Si s'afegeix un recàrrec del 10% per retard i després s'ingressa en un banc al **2% anual** durant 6 mesos, quants interessos es generen?

20) Combinació final: tot barrejat

Enunciat: Una motxilla val 80 €. Té un descompte del 25%, després s'hi afegeix un recàrrec del 8% per enviament i la botiga anuncia que ha augmentat un 5% més per tipus de canvi. Quin és el preu final i quin percentatge del preu inicial representa?