Sèrie 3

PROBLEMES

<u>Problema 1</u>.- [4 punts]

Des de l'extrem inferior d'un pla inclinat llancem una massa d'1kg cap amunt a una velocitat inicial de 10m/s. La distància recorreguda sobre el pla mentre puja és 10m.

a) Suposant que no hi hagi fregament, quin és el valor de l'angle del pla inclinat? A quina altura arriba la massa?

Per a respondre a les preguntes següents, suposem que hi ha fregament i que, a causa d'això, l'altura màxima a què arriba el cos és 1m més petita que l'altura assolida sense fregament.

b) Quin treball ha fet la força de fregament?

c) El cos, després de pujar, cau pel pla inclinat. A quina velocitat arriba al punt de sortida?

d) Quin és el valor del coeficient de fregament?

Feu servir g =10m/s^2.

a) Per conservació de l'energia

$$E_p = E_c \Rightarrow mgh = mgl\sin\alpha = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \sin\alpha = \frac{v^2}{2gl} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{10^2}{2{\cdot}10{\cdot}10} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^{\circ}$$

Per dinàmica:

La component de la força en la direcció del pla és $F = mg\sin\alpha$, i l'acceleració de frenada $a = g\sin\alpha$. El temps que triga en parar-se serà $t = \frac{v}{a} = \frac{v}{g\sin\alpha}$.

L'espai recorregut en aquest temps

$$l = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}g\sin\alpha\left(\frac{v}{g\sin\alpha}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{v^2}{g\sin\alpha}.$$

0,8

Per tant $l = \frac{1}{2}\frac{v^2}{g\sin\alpha} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{v^2}{2gl}$.

L'altura màxima serà $h = l\sin\alpha \Rightarrow h = 10\sin 30 = 5\ \text{m}$

0,2

b) Per conservació de l'energia

$$E_c - W_f = E_p \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - W_f = mgh' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_f = \frac{1}{2}mv^2 - mgh' = mgh - mgh' = mg(h-h') \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_f = 1{\cdot}10{\cdot}1 = 10\ \text{J}$$

1,0

c) Baixant tornarà a perdre per fregament la mateixa energia i a baix de tot només quedarà l'energia cinètica inicial de 50 J menys 20 J, o sigui 30 J **0,5**

$$\frac{1}{2}mv^2 = 30\ \text{J} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{60}{m}} = \sqrt{60} = 7,75\ \text{m/s}$$ **0,5**

d) Com amb fregament puja 4 m, la longitud recorreguda sobre el pla que fa un angle de 30º serà de 8 m. **0,25**

La força de fregament és $F_f = \mu mg \cos\alpha$ i el treball fet per la força de fregament també es pot calcular

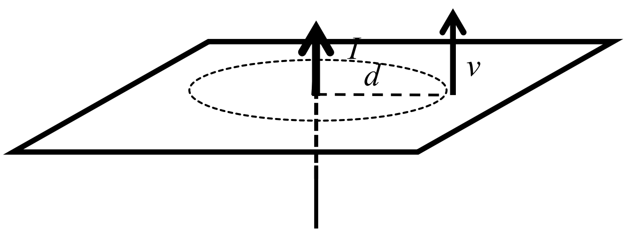
$$W_f = F_f d = \mu mgd \cos\alpha \Rightarrow \mu mgd \cos\alpha = mg(h-h') \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \mu d \cos\alpha = (h-h') \Rightarrow \mu = \frac{h-h'}{d\cos\alpha} \Rightarrow \mu = \frac{1}{8\cos 30^{\circ}} \Rightarrow 0{,}144$$

0,75

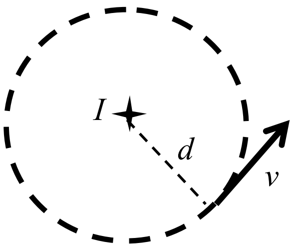
NOTA: Si algú interpreta que el metre que no acaba de pujar com a conseqüència del fregament està mesurat sobre el pla inclinat, també es pot donar per bo, si el problema està entès i ben resolt.

<u>PROBLEMA 2</u>.- [4 punts]

a) Calculeu el vector del camp magnètic creat per un conductor rectilini i indefinit, perpendicular al paper, en un punt situat a una distància *d* = 1 m, quan si hi circula un corrent *I* = 1 A en sentit ascendent.



b) Si en aquest punt hi ha un protó que es mou a una velocitat *v* = 10^6 m/s en direcció paral·lela al conductor, quina força experimenta el protó? Determineu el sentit de la força en funció del sentit de la velocitat del protó.



c) D'acord amb la il·lustració de la figura B, quina força tindrà el protó si tingués una velocitat amb un sentit tangencial a una circumferència centrada en el punt on el conductor creua el paper?

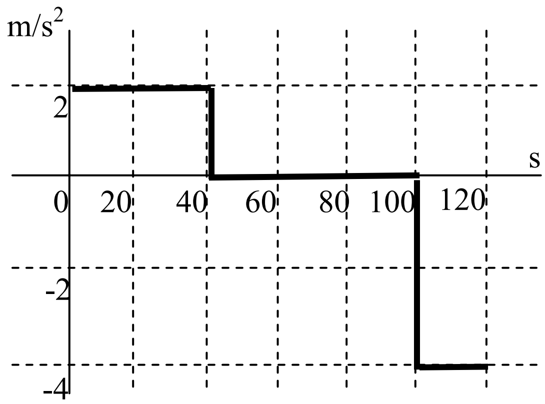
Càrrega del protó: $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C
Permeabilitat magnètica: $\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}$ Tm/A

$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{r} \Rightarrow B = 10^{-7}\frac{2\cdot 1}{1} = 2\cdot 10^{-7}$ T	**1,0**
Direcció tangent a la circumferència centrada en el punt on el conductor creua el paper Sentit oposat al moviment de les agulles d'un rellotge. Regla de la ma dreta	**0,5**
$\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$ com $\vec{v}$ és perpendicular a $\vec{B}$ $\quad F = qvB \Rightarrow F = 3.2\cdot 10^{-20}$ N	**1,0**
Direcció radial Si la velocitat te la direcció del corrent, la força allunya el protó del conductor Si la velocitat és l'oposada, l'acosta	**0,5**
Com la velocitat i el camp magnètic tenen la mateixa direcció, la força és zero	**1,0**

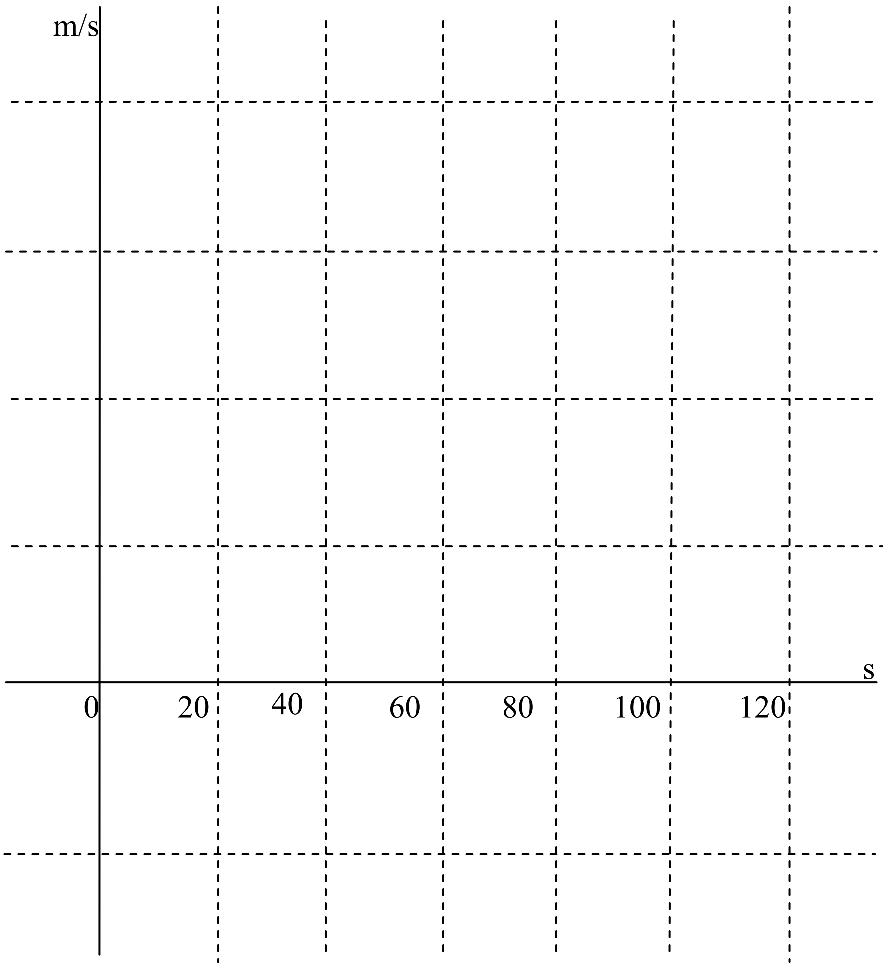
QÜESTIONS

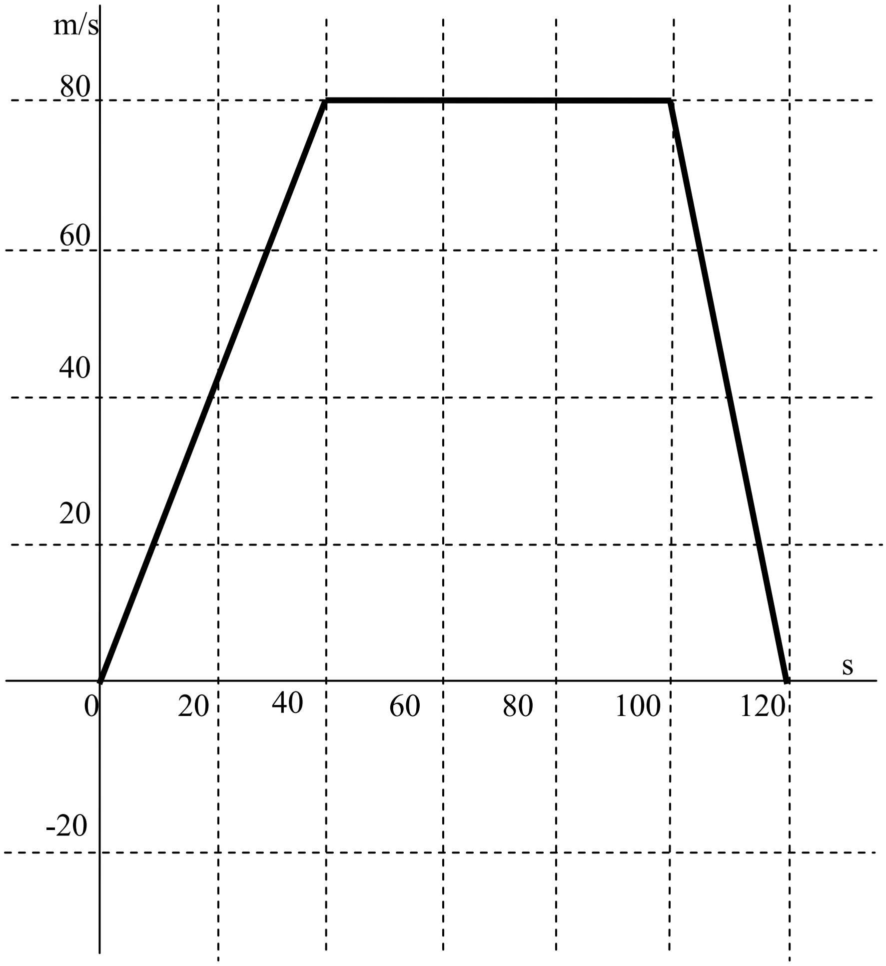
Qüestió 1.- [1,5 punts]

Sortint del repòs, un cos descriu un moviment rectilini en tres fases, cadascuna de les quals amb una acceleració constant però diferent. La figura adjunta és la representació gràfica de les acceleracions respecte al temps.



a) Sobre la pauta de més avall, dibuixeu la representació gràfica de la velocitat respecta al temps (no oblideu d'escriure els valors en l'eix de la velocitat).
b) En quina de les fases la distància recorreguda pel cos és la més gran?
c) Estima la distància total recorreguda?





a) Cada fase 0,3 [3*0,3] **0,9**

[Si manquen valors eix velocitats, descomptar 0,3]

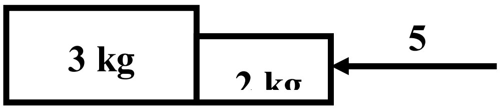
b) La fase amb distància recorreguda major és la segona, acceleració zero **0,3**

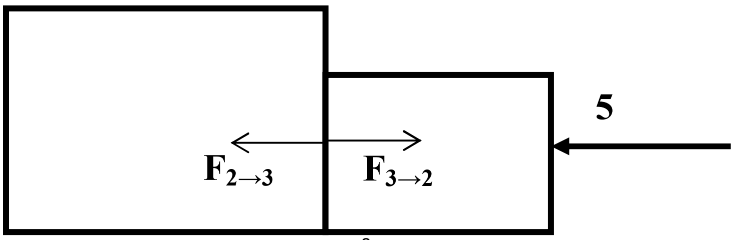
c) Desplaçament, àrea total sota la línia: 18 quadrats = 7200 m **0,3**

Qüestió 2.- [1,5 punts]

Dues masses de 3 kg i 2 kg, respectivament, estan en contacte una amb l'altre. Fem moure les dues masses aplicant una força de 5 N sobre la massa de 2 kg.

A) En la figura A, quina força exerceix la massa de 2 kg sobre la de 3 kg?
B) En la figura B, quina força exerceix la massa de 2kg sobre la de 3 kg?. Indiqueu clarament el sentit d'aquesta força





L'acceleració del sistema serà 1 m/s^2. La força que cal per moure la massa de 3 kg amb aquesta acceleració serà 3N. **0,75**

Al aplicar els 5N a la massa de 3 kg, la massa de 2 kg ha d'aplicar una força de 2 N sobre la massa de 2 kg en el sentit del moviment. Per la tercera llei de Newton, aquesta massa de 2 Kg aplica una força en sentit contrari al moviment sobre la de 3kg. **0,75**

També es pot argumentar que com la força total que actua sobre la massa de 3 kg ha de ser de 3 N per que tingui l'acceleració de 1 m/s^2, la única manera de arribar a aquest resultat és que sobre el cos s'apliqui una força de 2 N en sentit contrari a la de 5 N

Qüestió 3.- [1,5 punts]

Si la Terra reduís el seu diàmetre a la meitat sense variar la massa, quin seria el valor de la nova constant de la gravetat *g*?

Per un punt situat sobre la superfície de La Terra

$$\left.\begin{array}{l} F = mg \\ F = G\dfrac{M_T m}{R_T^2} \end{array}\right\} \Rightarrow g = G\frac{M_T}{R_T^2}$$ **0,75**

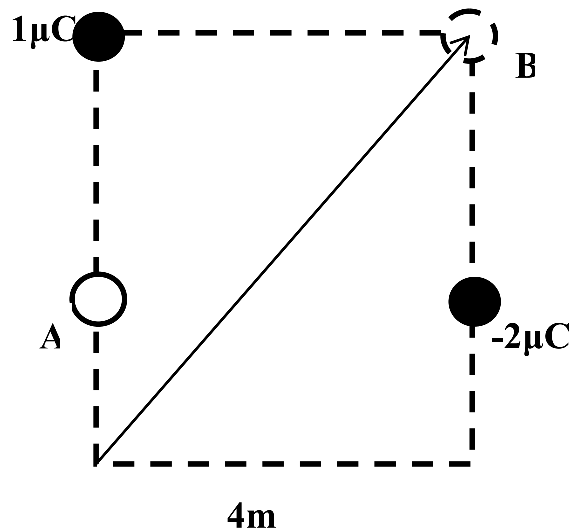
En les noves condicions M_T no varia i R_{nou} passa a ser la meitat.

$$g_{nou} = G\frac{M_T}{R_{nou}^2} = G\frac{M_T}{\left(\frac{R_T}{2}\right)^2} = 4G\frac{M_T}{R_T^2} = 4g$$ **0,75**

<u>Qüestió 4.-</u> [1,5 punts]

Calculeu el treball necessari per a moure una càrrega de 2 mC, des del punt *A* fins al punt *B* de l'esquema adjunt

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9{\cdot}10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$$



Càlcul dels potencials

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{d_1} + \frac{q_2}{d_2}\right) \Rightarrow$$ **0,5**

$$\Rightarrow V(A) = 9{\cdot}10^9\left(\frac{1}{6} + \frac{-2}{4}\right)10^{-6} = -3000 \text{ V}$$

$$\Rightarrow V(B) = 9{\cdot}10^9\left(\frac{1}{4} + \frac{-2}{6}\right)10^{-6} = -750 \text{ V}$$

Energia potencial

$$\Delta E_p = E_p(B) - E_p(A) = Q\left(V(B) - V(A)\right)$$ **0,5**

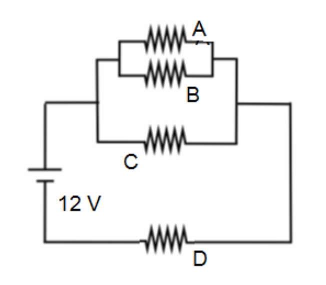
Treball igual a la variació d'energia potencial

$$W = E_p(B) - E_p(A) = -2{\cdot}10^{-3}\left(-3000 + 750\right) = 4,5 \text{ J}$$ **0,5**

Qüestió 5.- [1,5 punts]

En el circuit de la figura adjunta, els valors de les resistències són els següents:

$R_A = R_B = 20\ \Omega$
$R_C = 10\ \Omega$
$R_D = 5\ \Omega$



Calculeu:
a) La resistència equivalent del circuit.
b) La intensitat total que subministra la pila.
c) La intensitat que passa per cada una de les resistències.

Resistència equivalent de R_A *i* $R_B = 10\ \Omega$
Resistència equivalent de R_{AB} *i* $R_C = 5\ \Omega$
Resistència equivalent de R_{ABC} *i* $R_D = 10\ \Omega$ **0,5**

La intensitat total que dóna la pila
$$I = V / R \Rightarrow I = 12/10 = 1{,}2\text{A}$$ **0,5**

Corrent per la resistència R_D*, i = 1,2* A
Corrent per la resistència Rc, i = 0,6 A
Corrent per les resistències R_A *i* R_B *, i = 0,3* A **0,5**

Qüestió 6.- [1,5 punts]

Donada l'ona transversal d'equació $y(x,t) = 4\sin(10\pi t + 0{,}2\pi x)$ en unitats del sistema internacional (SI), determineu:

a) La velocitat i el sentit de propagació de l'ona.
b) El primer instant en què un punt que és a 5 cm de l'origen assoleix la màxima velocitat de vibració.

$$y(x,t) = A\sin(\omega t + kx)$$
$$\lambda = 2\pi/k \Rightarrow \lambda = 2\pi/0{,}2\pi = 10\text{ m}$$
$$T = 2\pi/\omega \Rightarrow T = 2\pi/10\pi = 0{,}2\text{ s}$$
$$v = \lambda/T \Rightarrow v = 10/0{,}2 = 50\text{ m/s}$$
0,5

Com el signe en l'expressió és positiu, l'ona es propaga en sentit contrari al de les *x*. Per tant la velocitat serà negativa v = - 50 m/s **0,5**

L'equació de vibració en un punt serà

$$y(t) = A\sin(\omega t + kx_0) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow y(t) = 4\sin(10\pi t + 0{,}2\pi(-0{,}05)) = 4\sin(10\pi t - 0{,}01\pi)$$
0,5
$$v(t) = A\omega\cos(\omega t + kx_0) \Rightarrow v(t) = 40\pi\cos(10\pi t - 0{,}01\pi)$$
$$v_{\max} = 2\pi n, \quad \text{la primera } n = 0 \Rightarrow 10\pi t - 0{,}01\pi = 0 \Rightarrow t = 1\text{ ms}$$