



SÈRIE 2

PART 1

Responeu a QUATRE de les cinc qüestions proposades.

[4 punts; 1 punt per cada qüestió]

Qüestió 1.-

Una variable pren els valors següents: 25, 30, 10, 20, 35. Quin valor pren la mediana?

SOLUCIÓ: La mediana pren el valor 25.

Qüestió 2.-

Digueu si l'afirmació següent és vertadera o falsa: «Quan tipifiquem (o estandarditzem) una variable, la mitjana aritmètica de la nova variable és la unitat.» Justifiqueu la resposta.

SOLUCIÓ: És falsa. El valor de la mitjana aritmètica de la nova variable és zero.

Qüestió 3.-

En la taula següent, quin percentatge hi ha de valors inferiors a 30?

X_i	n_i
10	15
20	5
30	10
40	5
50	15

SOLUCIÓ: És $N=50$, i d'aquests n'hi ha 20 que són de valor inferior a 30. Per tant un 40 %.

Qüestió 4.-

Si quan ajustem una recta de regressió als valors de les variables X i Y obtenim un valor del coeficient de determinació $R^2 = 0,95$, quina interpretació donarem a aquest valor?

SOLUCIÓ: Un valor proper a la unitat del coeficient de determinació s'interpreta com que el grau d'ajustament lineal és bo.

Qüestió 5.-

La taula següent fa referència a una variable aleatòria discreta. Quin valor ha de prendre A per tal que el conjunt de valors representi una funció de quantia? Justifiqueu la resposta

X_i	$P(X=X_i)$
10	0,50
20	0,35
30	A

SOLUCIÓ: El valor de A ha de ser 0,15. Així la suma de totes les probabilitats és 1.



Part 2

Resoleu, indicant sempre les operacions o explicant raonadament les respostes, DOS dels tres problemes següents

[6 punts: 3 punts per cada problema]

Problema 1.-

Disposem de la informació següent sobre la superfície en metres quadrats (m²) dels immobles d'un barri d'una ciutat:

Superfície en m ² (X _i)		Nombre d'immobles
(L _{i-1})	(L _i)	
0	60	20
60	90	25
90	110	25
110	180	10

a) Calculeu la mitjana aritmètica, la variància i la desviació estàndard de la variable *superfície en m²*.

[1,5 punts]

SOLUCIÓ:

Mitjana aritmètica: 0,5 punts; variància: 0,75 punts; desviació estàndard: 0,25 punts.

(L _{i-1})	(L _i)	c _i	n _i	N _i	c _i *n _i	c _i ² *n _i
0	60	30	20	20	600	18000
60	90	75	25	45	1875	140625
90	110	100	25	70	2500	250000
110	180	145	10	80	1450	210250
			80		6425	618875

Mitjana aritmètica:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n c_i \cdot n_i}{n} = \frac{6425}{80} = 80,3125$$

Variància:

$$S_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^n c_i^2 \cdot n_i}{n} - \bar{X}^2 = \frac{618875}{80} - 80,3125^2 = 1285,84$$

Desviació estàndard: $S_X = \sqrt{1285,84} = 35,86$

b) Quina és, aproximadament, la superfície total de tots els immobles del barri?

[0,75 punts]

SOLUCIÓ: La superfície total aproximada de tots els immobles del barri és de 6425 metres quadrats.



c) Determineu l'interval modal.

[0,75 punts]

SOLUCIÓ: Com que els intervals són de diferent amplada, l'interval modal serà el que tingui major alçada, calculada així

$$h_i = \frac{n_i}{L_i - L_{i-1}}$$

(L _{i-1})	(L _i)	c _i	n _i	h _i
0	60	30	20	0,33333333
60	90	75	25	0,83333333
90	110	100	25	1,25
110	180	145	10	0,14285714
			80	

L'interval modal serà el que va de 90 a 110 metres quadrats.

Problema 2.-

La taula següent recull informació, en milers d'euros, de la renda neta mensual (variable X) i la despesa mensual en alimentació i subministraments de la llar (variable Y) de sis unitats familiars.

Variable X	Variable Y
2	1
3	2
3	1
4	2
5	3
7	3

a) Determineu els paràmetres de la recta de regressió de la variable Y sobre X.

[2,1 punts]

SOLUCIÓ: Càlcul de cada mitjana (0,35 punts cadascuna); càlcul de la variància de X (0,35 punts); càlcul de la covariància (0,35 punts); càlcul de b (0,35 punts); càlcul de a (0,35 punts)

Variable X	Variable Y	X ²	Y ²	X*Y
2	1	4	1	2
3	2	9	4	6
3	1	9	1	3
4	2	16	4	8
5	3	25	9	15
7	3	49	9	21
24	12	112	28	55



$$\bar{X} = \frac{24}{6} = 4$$

$$\bar{Y} = \frac{12}{6} = 2$$

$$S_X^2 = \frac{112}{6} - 4^2 = 2,6667$$

$$S_{XY} = \frac{55}{6} - 4 * 2 = 1,1667$$

$$b = \frac{S_{XY}}{S_X^2} = \frac{1,1667}{2,6667} = 0,4375$$

$$a = \bar{Y} - b * \bar{X} = 2 - 0,4375 * 4 = 0,25$$

b) Si una unitat familiar té una renda neta mensual de sis mil euros, quina serà la seva predicció de despesa mensual en alimentació i subministraments?
[0,9 punts]

SOLUCIÓ: Si $X=6$, substituïnt:

$$Y = 0,25 + 0,4375 * 6 = 2,875$$

La predicció són 2,875 milers d'euros o bé 2875 euros.

Problema 3.-

En una caixa hi ha 8 boles amb la lletra «A», 7 boles amb la lletra «B» i 5 boles amb la lletra «C». En traiem una i, sense tornar-la a la caixa, a continuació en traiem una altra.

a) Quina és la probabilitat que les dues boles tinguin la lletra «A»?
[1,5 punts]

SOLUCIÓ:

$$P = \frac{8}{20} * \frac{7}{19} = \frac{56}{380} = \frac{14}{95}$$

b) Quina és la probabilitat de treure una bola amb la lletra «B» i una altra amb la lletra «C» (en qualsevol ordre)?
[1,5 punts]

SOLUCIÓ: Podem treure primer la bola de la lletra «B» i després la de la lletra «C» o a la inversa:

$$P = \frac{7}{20} * \frac{5}{19} + \frac{5}{20} * \frac{7}{19} = \frac{70}{380} = \frac{7}{38}$$